

Polarkoordinaten

Um Punkte in einer Ebene zu beschreiben, verwendet man üblicherweise kartesische Koordinaten. Dazu definiert man ein Koordinatensystem mit zwei im Ursprung zueinander senkrechten (orthogonalen) Achsen.

Dann bedeutet die Beschreibung des Punktes P (3 / 4) durch kartesische Koordinaten: Gehe vom Ursprung 3 Einheiten nach rechts und anschließend 4 Einheiten nach oben. Eine Einheit besitzt die Standardlänge 1.

In vielen Fällen ist eine andere Beschreibung sinnvoller. Denn es ist auch möglich, den Weg vom Ursprung zum Punkt P (3 / 4) folgendermaßen zu beschreiben: drehe dich von der x-Achse aus gesehen in Richtung der y-Achse um den Winkel $\varphi = 53,1^\circ$, gehe anschließend 5 Einheiten.

Als Koordinaten dienen also der Abstand r des Punktes vom Ursprung sowie der Winkel φ , um den man sich mathematisch positiv (also entgegen der Uhrzeigerrichtung) bzgl der x-Achse drehen muss:

$$\text{kartesisch } (x / y) \quad \leftrightarrow \quad (r / \varphi) \text{ polar}$$

Beispielsweise lässt sich die Punktmenge des Ursprungskreises $x^2 + y^2 = 25$ einfach mit $r = 5$ angeben oder die Gerade $y = 0,5 x$ mit $\varphi = 30^\circ$.

Die Umrechnungen ergeben sich aus dem Satz des Pythagoras sowie den Definitionen der trigonometrischen Funktionen:

polar → **kartesisch** :

$$x = r \cdot \cos \varphi$$

$$y = r \cdot \sin \varphi$$

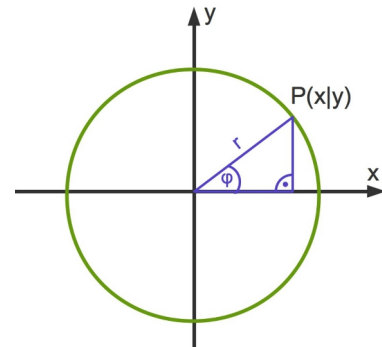
kartesisch → **polar** :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x} \quad \text{2. und 3. Quadrant: } +180^\circ ; \quad \text{4. Quadrant: } +360^\circ ;$$

$$\text{Sonderfälle y-Achse: } x = 0, y > 0 \rightarrow \varphi = 90^\circ ; \quad x = 0, y < 0 \rightarrow \varphi = 270^\circ$$

$$\text{x-Achse: } y = 0, x > 0 \rightarrow \varphi = 0^\circ ; \quad y = 0, x < 0 \rightarrow \varphi = 180^\circ$$



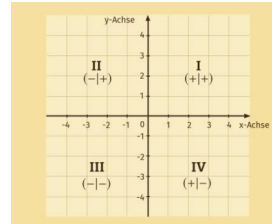
Je ein **Beispiel**:

$$A(2 / 3) \text{ wird zu } A(\sqrt{13} / 56,3^\circ) \text{ denn } r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ und } \varphi = \arctan\left(\frac{3}{2}\right) = 56,3^\circ$$

$$B(3 / 170^\circ) \text{ wird zu } B(-2,95 / 0,52) \text{ denn } x = 3 \cdot \cos 170^\circ = -2,95 \text{ und } y = 3 \cdot \sin 170^\circ = 0,52.$$

- Gegeben sind in Polarkoordinaten die Punkte
 $A(4 / 30^\circ)$, $B(1 / 135^\circ)$, $C(2 / 220^\circ)$, $D(9 / 0^\circ)$.
 Gib die Punkte in kartesischen Koordinaten an.
- Gegeben sind in kartesischen Koordinaten die Punkte
 $E(3 / 4)$, $F(-2 / -6)$, $G(-1 / 4)$, $H(3 / -1)$.
 Gib die Punkte in Polarkoordinaten an.
- Die kartesischen Koordinaten sind nach Rene Descartes benannt. Formuliere einen kurzen Lebenslauf.

Anmerkung: Quadranten des KO-Systems



Lösungen:

2.

$$A(4 / 30^\circ) \rightarrow (2\sqrt{3} / 2)$$

$$B(1 / 135^\circ) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2} / \frac{1}{2}\sqrt{2} \right)$$

$$C(2 / 220^\circ) \rightarrow (-1,53 / -1,29)$$

$$D(9 / 0^\circ) \rightarrow (9 / 0)$$

3.

$$E(3 / 4) \rightarrow (5 / 53,1^\circ) \quad 1. \text{ Quadrant}$$

$$F(-2 / -6) \rightarrow (\sqrt{40} / 71,6^\circ + 180^\circ) \quad 3. \text{ Quadrant}$$

$$G(-1 / 4) \rightarrow (\sqrt{17} / -76,0^\circ + 180^\circ) \quad 2. \text{ Quadrant}$$

$$H(3 / -1) \rightarrow (\sqrt{10} / -18,4^\circ + 360^\circ) \quad 4. \text{ Quadrant}$$