

Mathematik-Übungen

1. a) Berechnen Sie: $\int_0^2 (3x^2 - 1)dx$ $\int_{-2}^1 (2x^6 + 3x^2 - 7x + 1)dx$ $\int_0^\pi \sin x \cdot dx$

$\int_0^1 (6x^4 + 3x^2 - 4)dx$ $\int_1^2 \left(\frac{2}{x^2}\right)dx$ $\int_0^2 \sqrt{3x + 1}dx$

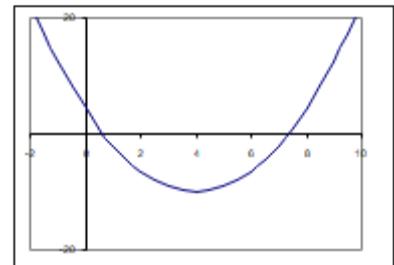
b) Geben Sie eine Stammfunktion an:

$\int 3a^2 x da$ $\int 3a^2 x dx$ $\int f'(x)dx$ $\int x \cdot (4x^2 - 3)^4 dx$

c) Geben Sie die Stammfunktion F zu $f(x) = 3x^2 + 4$ so an, dass $F(2) = -2$ gilt.

2. Eine Parabel 2. Ordnung geht durch den Ursprung und besitzt einen Hochpunkt an der Stelle $x=2$. Im Ursprung beträgt die Steigung 4.
- Bestimmen Sie die Parabel. (Mögliche Lösung für f: $f(x) = 4x - x^2$)
 - Wie groß ist die Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse einschließt? Fertigen Sie eine Zeichnung an.

3. Das Bild zeigt den Graphen einer Funktion f. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen f' sowie F.



4. a) Berechnen Sie: $\int_{-2}^2 (6x^2 + 3)dx$ $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x dx$ $\int_{-1}^0 (ax^2 + a)da$

b) Geben Sie die Stammfunktion F zu $f(x) = 6x - 4$ an mit der Bedingung $F(2) = 3$.

5. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die die Graphen von $f(x) = x^2 \cdot (1 - \frac{x}{4})$ und $g(x) = 4x \cdot (1 - \frac{x}{4})$ miteinander einschließen.

6. Bäckermeister W. möchte für die angehende Weihnachtszeit ein leckeres Marzipanbrot speziell für Mathe-Freunde (und solche, die es werden wollen) kreieren. Deshalb bildet die Querschnittsfläche des Brotes einen sinusförmigen Bogen der Breite 3,14 (also Pi) cm und der Höhe 2,5cm. Das Brot selbst soll 12 cm lang sein.

a) Bestimmen Sie das Volumen des Brotes.

- b) Zu welchem Preis muss er das Brot verkaufen, wenn die Dichte von Marzipan 1,4 g/cm³ beträgt, er pro kg Marzipanrohmasse 4 Euro bezahlt und er einen Aufschlag von 150% einkalkuliert?
7. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die der Graph von $f(x) = \frac{2}{x^2}$ mit der Geraden $x = 1$, der Geraden $x=4$ und der x-Achse einschließt.
8. Eine achsensymmetrische Parabel 4. Ordnung berührt die x-Achse in A(2/0) und geht durch B(0/2). Wie groß ist die Fläche zwischen dem Graphen und ihren Wendetangenten?
9. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = \frac{k}{3}x^3 - \frac{k^3}{2}x$.
- Führen Sie eine Kurvendiskussion durch für $k=2$.
 - Berechnen Sie $\int_0^6 f_k(x) dx$.
 - Für welche k hat das Integral einen größten oder kleinsten Wert?
10. Rechtzeitig zur Eröffnung der Biergartensaison hat Sepp bei seinem Töpfer Alois einen Bierhumpen bestellt, dessen Begrenzungsfunktion mit $f(x) = \sqrt{x+2}$ beschrieben wird. Der Humpen ist rotationssymmetrisch zur x-Achse.
- Sepps Humpen ist 15 cm hoch. Passt dort sein Lieblingsgetränk – der Inhalt einer Flasche Weizenbier (0,5 l) – vollständig hinein?
 - Alois will einen Humpen herstellen (gleiche Begrenzungsfunktion), in die ein Maß (1 Liter) hineingeht. Wie hoch muss der Humpen mindestens sein?
(Hinweis: Einheiten in cm verwenden.)