

# Musteraufgaben für das Fach Mathematik

2012

## **Impressum**

Das vorliegende Material wurde von einer Arbeitsgruppe mit Vertretern aus den Ländern Bayern, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein erarbeitet.

### **Herausgeber:**

Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus  
Behörde für Schule und Berufsbildung Hamburg  
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Mecklenburg-Vorpommern  
Niedersächsisches Kultusministerium  
Sächsisches Staatsministerium für Kultus und Sport  
Ministerium für Bildung und Kultur Schleswig-Holstein

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorbemerkungen.....	3
1    Musteraufgaben für Aufgabenpool 1 .....	4
1.1 Analysis.....	4
1.2 Analytische Geometrie .....	6
1.3 Stochastik .....	8
2    Musteraufgaben für Aufgabenpool 2 .....	10
2.1 Analysis.....	10
2.2 Analytische Geometrie .....	13
2.3 Stochastik .....	15

### **Vorbemerkungen**

Für das Fach Mathematik werden zwei Aufgabenpools vorgelegt, die sich dadurch unterscheiden, dass Aufgaben aus dem Aufgabenpool 1 unterhalb des Anforderungsbereichs III liegen, während die Aufgaben aus dem Aufgabenpool 2 diesen zumindest in einem Aufgabenteil erreichen. Die Aufgaben der beiden Aufgabenpools sind ohne elektronische Hilfsmittel (z. B. Taschenrechner, Software) sowie ohne Tabellen- oder Formelsammlung zu bearbeiten. Pro Aufgabe können 5 Bewertungseinheiten (BE) erreicht werden. Die Länder wählen für die Prüfungsteilnehmer, welche auf erhöhtem Anforderungsniveau geprüft werden, als gemeinsame Prüfungselemente drei Aufgaben aus dem Aufgabenpool 1 sowie eine Aufgabe aus dem Aufgabenpool 2 aus. Diese vier Aufgaben umfassen Lerninhalte aus jedem der Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik und berücksichtigen die in der EPA Mathematik ermöglichten Alternativen vektorielle analytische Geometrie und Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen.

Um die Schülerinnen und Schüler sowie die Lehrkräfte mit den Anforderungen der gemeinsamen Prüfungselemente in der zentralen schriftlichen Abiturprüfung ab 2014 vertraut zu machen, wird in den beteiligten Ländern einmalig im Schuljahr 2013/14 ein schriftlicher Leistungsnachweis eingesetzt. Dafür werden in analoger Weise zur zentralen schriftlichen Abiturprüfung Aufgabenpools bereitgestellt. Die Durchführung des schriftlichen Leistungsnachweises und die Auswahl der Aufgaben aus den Aufgabenpools werden in den Ländern geregelt.

Die vorliegenden Musteraufgaben sollen den Lehrkräften sowie den Schülerinnen und Schülern eine Orientierung hinsichtlich der gemeinsamen Prüfungselemente und der gemeinsamen Aufgaben für den schriftlichen Leistungsnachweis geben.

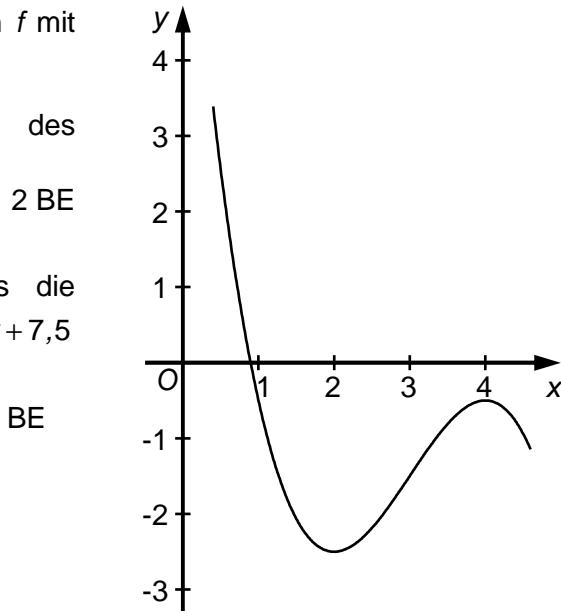
## 1 Musteraufgaben für Aufgabenpool 1

### 1.1 Analysis

#### A1\_1

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = -0,5 \cdot x^3 + 4,5 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 7,5$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

- 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen von  $f$ .



2 BE

- 1.2 Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Gleichung  $0 = -0,5 \cdot x^3 + 4,5 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 7,5$  genau eine Lösung hat.

3 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	<p>Es ist <math>f'(x) = -1,5x^2 + 9x - 12</math>, <math>f''(x) = -3x + 9</math> und <math>f'''(x) = -3</math>. Notwendig für das Vorliegen eines Wendepunktes ist <math>f'''(x) = 0</math>, also <math>-3x + 9 = 0</math> und somit <math>x = 3</math>. Aus <math>f(3) = -1,5</math> folgt <math>W(3  -1,5)</math>. Wegen <math>f'''(x) = -3</math> ist auch die hinreichende Bedingung erfüllt.</p> <p style="text-align: right;">2 BE</p>
1.2	<p>Jede Lösung der angegebenen Gleichung ist eine Nullstelle der Funktion <math>f</math>. Anhand der Abbildung erkennt man, dass es eine Nullstelle im Intervall <math>[0;1]</math> gibt. Gäbe es weitere Nullstellen von <math>f</math>, so müsste es an einer Stelle <math>x &lt; 1</math> einen Hoch- oder an einer Stelle <math>x &gt; 4</math> einen Tiefpunkt des Graphen von <math>f</math> geben. Neben den zwei in der Abbildung erkennbaren Punkten mit waagerechter Tangente gäbe es also mindestens noch einen dritten, was aber nicht möglich ist, da die erste Ableitung der Funktion <math>f</math> eine ganzrationale Funktion zweiten Grades ist.</p> <p style="text-align: right;">3 BE</p>

**A1\_2**

Das Rechteck  $ABCD$  mit  $A(1|0)$ ,  $B(4|0)$ ,  $C(4|2)$  und  $D(1|2)$  wird durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ ) in zwei Teilflächen zerlegt.

Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte der beiden Teilflächen.

5 BE

Vorgaben für die Bewertung	
<p>Der Graph von <math>f</math> schneidet das Rechteck in den Punkten <math>(1 1)</math> sowie <math>(4 2)</math> und teilt die Rechteckfläche in zwei Teile. Hierbei entspricht der Flächeninhalt des unteren Teils <math>A_U</math> genau dem Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von <math>f</math> und der <math>x</math>-Achse über dem Intervall <math>[1,4]</math>.</p> $A_U = \int_1^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^4 = \frac{2}{3} \sqrt{4^3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ <p>Berechnung des Flächeninhaltes <math>A_O</math> oberhalb des Graphen von <math>f</math>:</p> $A_O = A_R - A_U = 6 - \frac{14}{3} = \frac{4}{3}, \text{ mit } A_R \text{ als Flächeninhalt des Rechtecks.}$ <p>Das Verhältnis beträgt also <math>7 : 2</math></p>	2 BE 2 BE 1 BE

## 1.2 Analytische Geometrie

### G1\_1

Gegeben sind die Ebene  $E: 2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 - 4 = 0$  sowie der Punkt  $P(-3|0|2)$ .

1.1 Zeigen Sie, dass der Punkt  $P$  nicht in der Ebene  $E$  liegt.

1 BE

1.2 Spiegelt man den Punkt  $P$  an der Ebene  $E$ , so erhält man den Punkt  $P'$ .

Ermitteln Sie die Koordinaten von  $P'$ .

4 BE

	Vorgaben für die Bewertung	
1.1	Wegen $2 \cdot (-3) - 0 - 2 - 4 = -12 \neq 0$ liegt der Punkt $P$ nicht in der Ebene $E$ .	1 BE
1.2	<p>Da <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}</math> ein Normalenvektor zu <math>E</math> ist, ist <math>g</math> mit <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}</math> (<math>r \in \mathbb{R}</math>) eine Lotgerade zu <math>E</math> durch <math>P</math>.  Der Lotfußpunkt <math>F</math> ist der Schnittpunkt der Geraden <math>g</math> mit der Ebene <math>E</math>.  Es ist <math>2 \cdot (-3 + 2 \cdot r) + (0 + r) - (2 - r) - 4 = 0</math>,  also <math>-6 + 4 \cdot r + r - 2 + r = 4 \Leftrightarrow 6 \cdot r = 12 \Leftrightarrow r = 2</math>.  Daher gilt <math>\overrightarrow{OF} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.  Für den Spiegelpunkt <math>P'</math> gilt  <math display="block">\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + 2 \cdot \overrightarrow{PF} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ 2 - 0 \\ 0 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}</math>.  Damit ist der gesuchte Punkt <math>P'(5 4 -2)</math>.  Alternativ kann in die Gleichung der Geraden <math>g</math> für <math>r</math> der Wert 4 eingesetzt werden, dann muss <math>F</math> nicht bestimmt werden.</p>	1 BE 3 BE

**G1\_2**

Gegeben ist das Viereck  $ABCD$  mit den Eckpunkten  $A(0|0|0)$ ,  $B(-3|1|4)$ ,  $C(2|-4|4)$  und  $D(5|-5|0)$ .

- 1.1 Weisen Sie nach, dass das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm, aber kein Rechteck ist.  
3 BE
- 1.2 Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius eines Kreises an, der durch die Punkte  $A$  und  $C$  verläuft.  
2 BE

Vorgaben für die Bewertung	
1.1	<p>Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang und parallel sind. Deshalb ist der Nachweis erbracht, wenn <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}</math> gilt.</p> <p>Es ist <math>\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math> und <math>\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math>, also <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}</math>.</p> <p>Ein Parallelogramm ist genau dann kein Rechteck, wenn ein Innenwinkel ein rechter ist. Deshalb ist der Nachweis erbracht, wenn <math>\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0</math> gilt.</p> <p>Es ist <math>\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> und <math>\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = -15 - 5 + 0 = -20 \neq 0</math>. <span style="float: right;">3 BE</span></p>
1.2	<p>Die Mittelpunkte aller möglichen Kreise liegen auf der Mittelsenkrechten der Strecke <math>\overline{AC}</math>.</p> <p>Ein Kreismittelpunkt kann der Mittelpunkt der Strecke <math>AC</math> sein.</p> <p><math>\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{AC}}{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, also ist <math>M(1 -2 2)</math>. <span style="float: right;">1 BE</span></p> <p>Für den Radius <math>r</math> gilt</p> $r = \left  \frac{\overrightarrow{AC}}{2} \right  = \left\  \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \right\  = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3. 1 BE$

### 1.3 Stochastik

#### S1\_1

Die Zufallsvariable  $X$  ist binomialverteilt mit  $n = 10$  und  $p = 0,6$ .

- 1.1 Geben Sie an, welche der Abbildungen die Verteilung von  $X$  darstellt. Begründen Sie Ihre Auswahl.

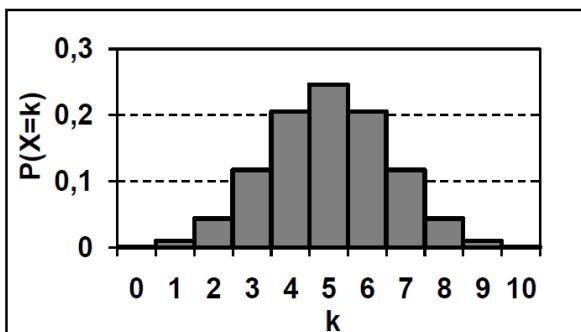


Abbildung 1

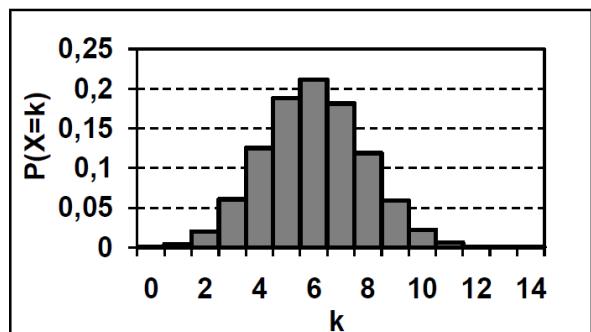


Abbildung 2

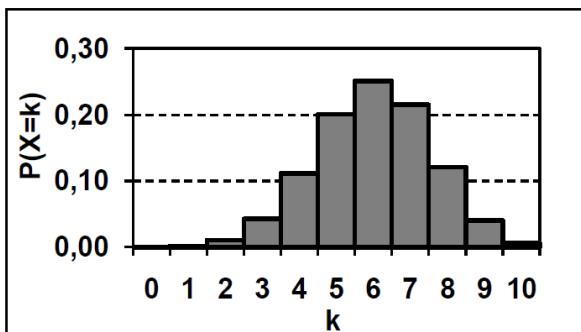


Abbildung 3

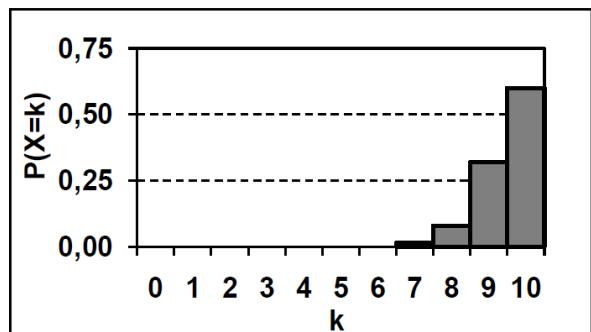


Abbildung 4

3 BE

- 1.2 Geben Sie mithilfe der von Ihnen ausgewählten Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit  $P(4 < X < 7)$  und die Wahrscheinlichkeit  $P(X \neq 5)$  an.

2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
1.1	<p>Abbildung 3 zeigt die Verteilung von <math>X</math>.            Es gilt <math>E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0,6 = 6</math>. Damit können die Abbildungen 1 und 4 nicht die richtige Verteilung von <math>X</math> zeigen, da die Zufallsgröße für <math>k = 6</math> nicht ihren maximalen Wert annimmt.            Da <math>n = 10</math> ist, kann nicht <math>P(X = 11) &gt; 0</math> sein, somit stellt Abbildung 2 auch nicht die Verteilung dar.</p> <p>2 BE</p>
1.2	<p>Es gilt <math>P(4 &lt; X &lt; 7) = P(X = 5) + P(X = 6) = 0,2 + 0,25 = 0,45</math>.            Es ist <math>P(X \neq 5) = 1 - P(X = 5) = 1 - 0,2 = 0,8</math>.</p> <p>2 BE</p>

**S1\_2**

In den Urnen  $U_1$  und  $U_2$  befinden sich Kugeln, die sich nur in ihren Farben unterscheiden:

$U_1$ : 6 rote und 4 blaue Kugeln

$U_2$ : 1 rote und 4 blaue Kugeln

- 1.1 Aus der Urne  $U_1$  werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

- 1.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel aus der Urne  $U_1$  stammt.

3 BE

Vorgaben für die Bewertung	
1.1	<p><math>E_1</math> sei das Ereignis, dass bei zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen aus der Urne <math>U_1</math> beide Kugeln die gleiche Farbe haben.</p> <p>Es gilt <math>P(E_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}</math>.</p>
1.2	<p>Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel aus <math>U_1</math> stammt, unter der Bedingung, dass sie rot ist.</p> $P_{\text{rot}}(U_1) = \frac{P(U_1 \cap \text{rot})}{P(\text{rot})} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{4}.$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass die rote Kugel aus Urne <math>U_1</math> stammt, beträgt <math>\frac{3}{4}</math>.</p>

## 2 Musteraufgaben für Aufgabenpool 2

### 2.1 Analysis

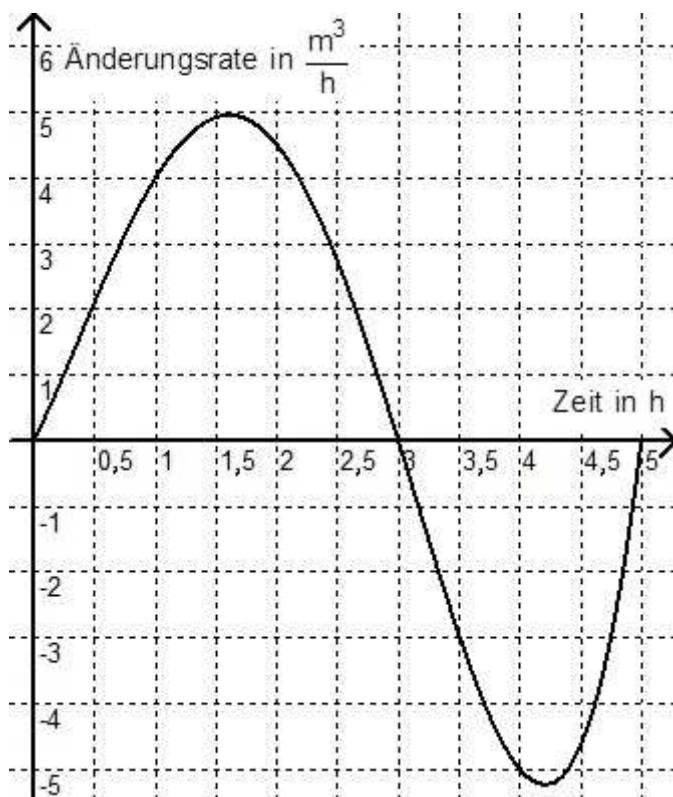
#### A2\_1

Ein quaderförmiges Speicherbecken für eine Flüssigkeit hat eine Grundfläche von  $5 \text{ m}^2$  und ist zunächst leer.

Der nebenstehende Graph gibt die Zufluss- bzw. Abflussrate (in  $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ ) der Flüssigkeit über einen Zeitraum von 5 Stunden wieder.

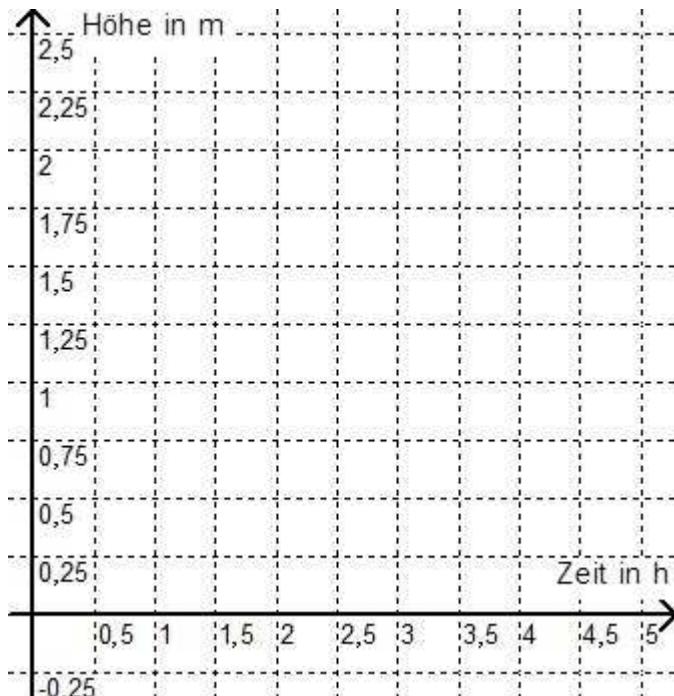
- 2.1 Bestimmen Sie näherungsweise das Volumen der in den ersten drei Stunden zufließenden Flüssigkeit.

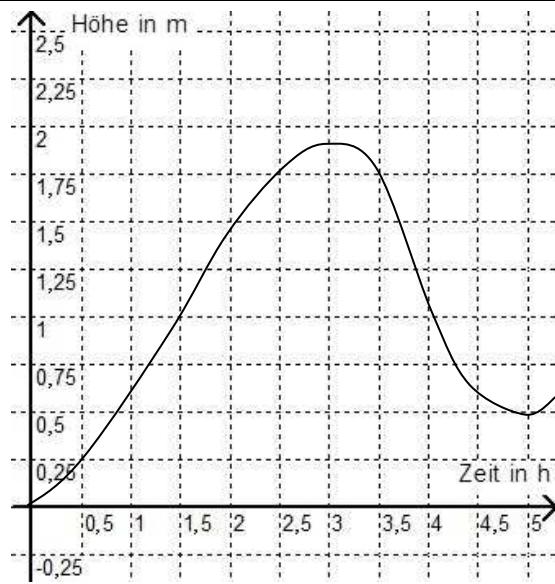
2 BE



- 2.2 Skizzieren Sie in das nebenstehende Koordinatensystem einen möglichen Graphen, der die Höhe (in m) des Flüssigkeitsstandes im Speicherbecken in Abhängigkeit von der Zeit (in h) beschreibt.

3 BE



	Vorgaben für die Bewertung
2.1	<p>Wenn der Graph zu der Funktion <math>f</math> gehört, so liefert das Integral <math>\int_0^3 f(x) dx</math> einen Wert, der dem zugeflossenen Volumen in <math>m^3</math> entspricht. Diesen Wert kann man näherungsweise ermitteln, indem man die Flächeneinheiten für den Inhalt der Fläche zwischen der Zeitachse und dem Graphen über dem Intervall <math>[0,3]</math> abschätzt. 1 BE        Es sind ca. 9 FE, also sind etwa <math>9 m^3</math> zugeflossen.  <i>(Ein Wert zwischen <math>8 m^3</math> und <math>10 m^3</math> wird akzeptiert.)</i> 1 BE</p>
2.2	<p>Für die Skizze ist Folgendes zu beachten:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Der Graph verläuft durch <math>(0 0)</math>,</li> <li>- alle Punkte liegen im ersten Quadranten,</li> <li>- ein Hochpunkt liegt an der Stelle 3 (<i>Funktionswert <math>\approx 1,8</math></i>),</li> <li>- ein Tiefpunkt an der Stelle 5, der Funktionswert muss größer als Null sein (<math>\approx 0,5</math>),</li> <li>- an den Stellen <math>x \approx 1,7</math> und <math>x \approx 4,2</math> befinden sich Wendepunkte.</li> </ul>  <p>3 BE</p>

**A2\_2**

Für jedes positive, reelle  $a$  ist eine Funktion  $f_a$  gegeben durch  $f_a(x) = e^{ax^2}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

Zeigen Sie, dass die Tangente  $t_a$  an den Graphen der Funktion  $f_a$  im Punkt  $P_a(1|f_a(1))$  durch die Gleichung  $t_a(x) = 2 \cdot a \cdot e^a \cdot x + e^a \cdot (1 - 2 \cdot a)$  beschrieben werden kann.

5 BE

Vorgaben für die Bewertung	
	<p>Mögliche Lösung:</p> <p>Die erste Ableitung von <math>f_a(x)</math> an der Stelle <math>x = 1</math> hat den Wert <math>2ae^a</math>, weil</p> $f'_a(x) = e^{ax^2} \cdot 2ax$ $f'_a(1) = 2ae^a$ <p>gilt.</p> <p>Es bleibt zu zeigen, dass die Koordinaten des Punktes <math>P_a(1 f_a(1))</math> die gegebene Gleichung erfüllen.</p> <p>Es ist <math>f_a(1) = e^a</math>.</p> <p>Eingesetzt in die Gleichung von <math>t_a(x)</math> ergibt sich:</p> $t_a(1) = 2ae^a + e^a(1 - 2a)$ $t_a(1) = [2a + (1 - 2a)] \cdot e^a$ $t_a(1) = e^a$

5 BE

## 2.2 Analytische Geometrie/Lineare Algebra

### G2\_1

Im Raum sind eine Gerade  $g$  und ein Punkt  $A$ , der nicht auf der Geraden  $g$  liegt, gegeben.

Beschreiben Sie einen Weg zur Ermittlung der Koordinaten zweier Punkte  $B$  und  $C$  der Geraden  $g$ , die zusammen mit  $A$  ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck bilden.

5 BE

	Vorgaben für die Bewertung
	<p>Man bestimmt diejenige Ebene <math>E</math>, die den Punkt <math>A</math> enthält und orthogonal zur Geraden <math>g</math> verläuft.  Der Schnittpunkt der Ebene <math>E</math> mit der Geraden <math>g</math> ist der Fußpunkt des Lots durch <math>A</math> auf <math>g</math> und wird als Punkt <math>B</math> gewählt.</p> <p style="text-align: right;">2 BE</p> <p>Mit <math>d =  \overline{AB} </math> erhält man die Koordinaten des Punktes <math>C</math> durch <math>\overline{OC} = \overline{OB} + d \cdot \frac{\vec{v}}{ \vec{v} }</math>,  wobei <math>v</math> ein Richtungsvektor der Geraden <math>g</math> ist.</p> <p style="text-align: right;">3 BE</p>

**G2\_2**

Gegeben sind die Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  mit  $E_1: 6 \cdot x_1 - x_2 - 4 \cdot x_3 = 12$  und  $E_2: -3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = -6$ .

Die Punkte  $A(2|0|0)$  und  $B(0|0|-3)$  liegen in beiden Ebenen.

2.1 Begründen Sie, dass die Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  nicht identisch sind.

1 BE

2.2 Ermitteln Sie die Koordinaten eines von  $A$  und  $B$  verschiedenen Punktes, der ebenfalls in beiden Ebenen liegt.

2 BE

2.3 In der Gleichung von  $E_2$  soll genau ein Koeffizient so geändert werden, dass eine Gleichung der Ebene  $E_1$  entsteht.

Geben Sie diese Änderung an und begründen Sie Ihre Antwort.

2 BE

Vorgaben für die Bewertung	
2.1	<p>Die Ebenen sind nicht identisch, weil <math>P(0 -12 0)</math> in <math>E_1</math>, aber nicht in <math>E_2</math> liegt.  <i>Andere Begründungen z.B. über die Normalenvektoren sind ebenfalls zu akzeptieren.</i></p> <p style="text-align: right;">1 BE</p>
2.2	<p>Man stellt z.B. eine Gleichung der Geraden durch <math>A</math> und <math>B</math> auf und gibt einen weiteren Punkt dieser Geraden an.</p> $g_{AB} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ <p>Mit <math>r = 1</math> erhält man den Punkt <math>Q(4 0 3)</math>, der ebenfalls in beiden Ebenen liegt.</p> <p style="text-align: right;">2 BE</p>
2.3	<p>Man ändert in <math>E_2</math> den Koeffizienten 5 vor <math>x_2</math> in 0,5.</p> <p>Begründung:</p> <p>Multipliziert man die geänderte Koordinatengleichung für <math>E_2</math> mit <math>-2</math>, dann ergibt sich die Koordinatengleichung für <math>E_1</math>.</p> <p style="text-align: right;">1 BE</p>

### 2.3 Stochastik

#### S2\_1

Verteilungen von Zufallsgrößen werden durch Parameter charakterisiert.

- 2.1 In den Klassen 10a und 10b, die jeweils aus 25 Schülern bestehen, wurden die Leistungen jedes Schülers im Weitsprung ermittelt. Die Zufallsgrößen  $A$  und  $B$  ordnen jeweils einem Schüler der Klasse 10a bzw. 10b seine Sprungweite in Meter zu. Für die Erwartungswerte der beiden Zufallsgrößen gilt  $E(A) = E(B)$ , für die Standardabweichungen  $\sigma(A) < \sigma(B)$ .

Erklären Sie anschaulich, was diese beiden Beziehungen für die Verteilungen der Sprungweiten bedeuten.

2 BE

- 2.2 Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$ , die fünf unterschiedliche Werte annehmen kann, so an, dass der Erwartungswert zwischen dem kleinsten und dem zweitkleinsten Wert dieser Zufallsgröße liegt.

3 BE

	Vorgaben für die Bewertung	
2.1	<p>Der Durchschnitt der Sprungweiten der Schüler der Klasse 10a stimmt mit dem der Schüler der Klasse 10b überein.</p> <p>Die Sprungweiten der Schüler der Klasse 10a streuen weniger um den Durchschnittswert als die der Schüler der Klasse 10b.</p>	<p>1 BE</p> <p>1 BE</p>
2.2	<p>Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von <math>X</math>.</p> $\begin{array}{c c c c c c} x_i & -10 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline P(X = x_i) & 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{array}$ <p>(Eine BE wird vergeben, wenn die Summe der Wahrscheinlichkeiten 1 ergibt.)</p> <p>Für den Erwartungswert gilt <math>E(X) = 0,6 \cdot (-10) + 0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3 + 0,1 \cdot 4 = -5</math>, also <math>-10 &lt; E(X) &lt; 1</math>.</p>	<p>2 BE</p> <p>1 BE</p>

## S2\_2

Eine verbeulte Münze wird mehrfach geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Wurf „Wappen“ fällt, beträgt  $p$ .

- 2.1 Geben Sie jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse A und B an:

A: Bei fünf Würfen fällt genau dreimal „Wappen“.

B: Bei fünf Würfen fällt genau dreimal „Wappen“, darunter bei den ersten beiden Würfen zweimal.

3 BE

- 2.2 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei drei Würfen dreimal „Wappen“ fällt, ist 0,216.

Untersuchen Sie, ob das Ergebnis „Wappen“ wahrscheinlicher ist als das Ergebnis „Zahl“.

2 BE

	Vorgaben für die Bewertung
2.1	<p>Wahrscheinlichkeit für Ereignis A: <math>P(A) = \binom{5}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^2</math> 1 BE</p> <p>Wahrscheinlichkeit für Ereignis B: <math>P(B) = p^2 \cdot \binom{3}{1} \cdot p \cdot (1-p)^2</math> 2 BE</p>
2.2	<p>Wenn beide Ergebnisse gleichwahrscheinlich wären, wäre die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei drei Würfen dreimal „Wappen“ fällt, <math>0,5^3 = 0,125</math>. Da <math>0,216 &gt; 0,125</math> ist, ist das Ergebnis „Wappen“ wahrscheinlicher als das Ergebnis „Zahl“. (Es ist auch möglich, die Wahrscheinlichkeit direkt zu berechnen.) 2 BE</p>