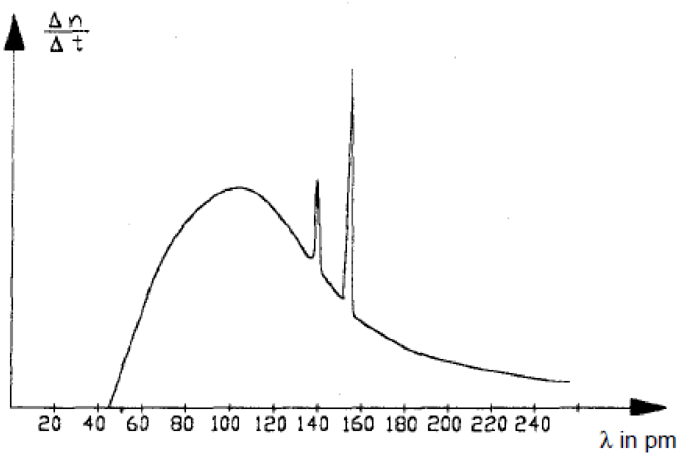
Übungsaufgaben

1. Ein Kondensator mit der Kapazität C und eine Spule mit der Induktivität L bilden einen elektromagnetischen Schwingkreis, der ungedämpft mit der Eigenfrequenz f_0 schwingt. Die Kapazität des Kondensators beträgt C = 22 nF.
Bei der Spule handelt es sich um eine lang gestreckte Spule mit der Querschnittsfläche A = 31 cm^2 , der Länge l = 30 cm und der Windungszahl N = 20 000.
a) Berechnen Sie die Induktivität der Spule. [zur Kontrolle: L = 5,2 H]
b) Untersuchen Sie, ob sich mit den gegebenen Bauteilen ein Schwingkreis aufbauen lässt, dessen Eigenfrequenz höchstens um 10 % von 500 Hz abweichen soll.
c) Berechnen Sie den Maximalwert Im der Stromstärke in diesem Schwingkreis, wenn der Maximalwert der Spannung U_m = 3,8 V beträgt.

2.
Die nebenstehende Abbildung zeigt das Spektrum der Strahlung einer Röntgenröhre. Δn ist die Anzahl der im Zeitintervall Δt nachgewiesenen Röntgenquanten der Wellenlänge λ.



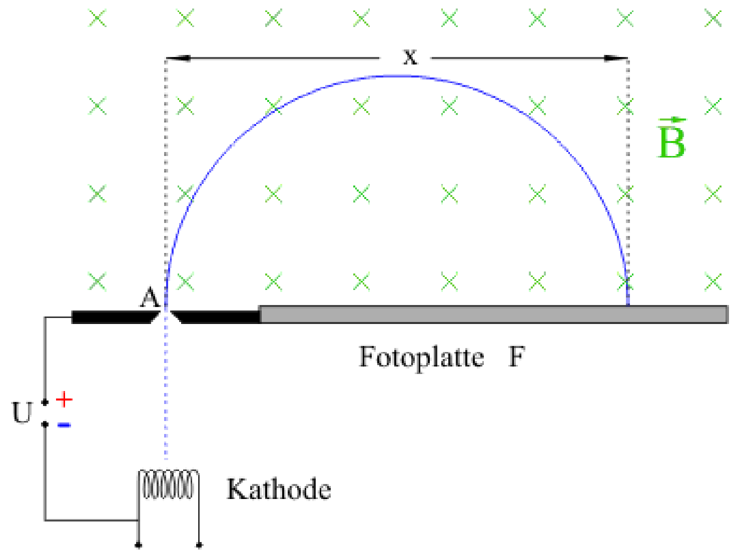
a) Skizzieren Sie den prinzipiellen Aufbau und die Beschaltung einer Röntgenröhre.
b) Erklären Sie kurz, auf welche Weise das kontinuierliche Röntgenspektrum zustande kommt.
c) Entnehmen Sie der Abbildung die Grenzwellenlänge und berechnen Sie daraus die Spannung, mit der die Röhre bei der Aufnahme des Spektrums betrieben wurde.
Im Diagramm sind auch zwei K-Linien des charakteristischen Röntgenspektrums erkennbar.
d) Erklären Sie allgemein die Entstehung der K-Linien des charakteristischen Röntgenspektrums.
e) Diejenige Linie im Diagramm mit der niedrigeren Energie ist die K_α-Linie. Bestimmen Sie mit Hilfe des Moseley-Gesetzes (vergleiche Formelsammlung) das Element, aus dem die Anode der Röntgenröhre besteht.

3. Ein Schwingkreis regt einen Dipol der Länge l in der Grundschwingung mit der Periodendauer T an. Die auftretende Dipolstrahlung hat die Wellenlänge λ= 70 cm. Bestimmen Sie die Dipollänge *l* und berechnen Sie die Frequenz f des anregenden Schwingkreises sowie dessen Induktivität L, wenn seine Kapazität C = 1,0 pF beträgt.

Veranschaulichen Sie jeweils in einem Bild die Stromstärke- bzw. die Ladungsverteilung längs des Dipols zu den Zeiten t = 0·T, 1/4·T, 1/2·T und 3/4·T wobei zur Zeit t = 0 s kein Strom fließt.

4. a) Eine reale Spule hat den Gleichstromwiderstand R = 60 Ohm und bei einer Frequenz von f = 1 kHz die Impedanz Z = 250 Ohm. Berechnen Sie die Induktivität der Spule.
   b) Eine 60W-Lampe für 110V soll an das 230V-Netz angeschlossen werden. Zur Strombegrenzung wird eine sogenannte Drosselspule in Reihe geschaltet. Berechnen Sie die Induktivität der Spule, damit die Lampe normal hell leuchtet.
   c) Ermitteln Sie die Frequenz f, bei der eine12mH-Spule und ein 8,5µF-Kondensator denselben Wechselstromwiderstand besitzen. Zeigen Sie, dass dies auch die Eigenfrequenz des Schwingkreises aus den beiden Bauteilen ist.

5.



Die aus einer Glühkathode mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit austretenden Elektronen werden durch die Spannung U beschleunigt und passieren die Anode durch die Öffnung A mit der Geschwindigkeit v. Hinter der Anodenöffnung verläuft die Elektronenbahn bis zum Auftreffen auf die Fotoplatte F in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B, das senkrecht zur Teilchenbewegung gerichtet ist. Die Elektronen treffen im Abstand x von der Öffnung A auf die Fotoplatte.

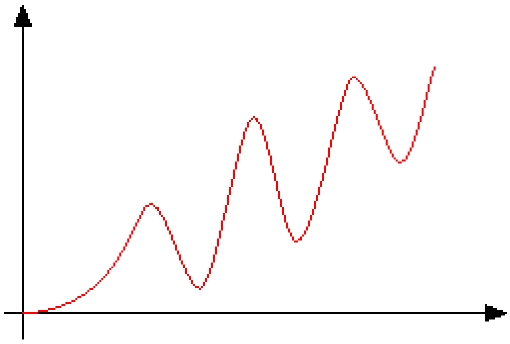
a) Berechnen Sie die Beschleunigungsspannung U, bis zu der v kleiner als 10% der Lichtgeschwindigkeit und somit eine nichtrelativistische Rechnung zulässig ist.
Bestimmen Sie x für nichtrelativistische Elektronen in Abhängigkeit von U und B. [Zwischenergebnis: $x = 2mv/(eB)$]
Die Fotoplatte F registriert Elektronen bis zu einem maximalen Abstand x_{max} = 10 cm. Wie groß muss B mindestens gewählt werden, damit alle nichtrelativistischen Elektronen auf die Fotoplatte treffen?
Nun passieren statt der Elektronen einfach geladene Ionen die Öffnung A mit der einheitlichen Geschwindigkeit v = 54000 m/s und treffen auf die Fotoplatte F.
d) Wie kann man erreichen, dass nur Ionen einheitlicher Geschwindigkeit durch die Öffnung A gelangen? Genaue Erklärung!
e) Unter diesen Ionen befinden sich Isotope mit einem Massenunterschied von Δm = 1 u = $1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg (atomare Masseneinheit). Voraussetzung für eine einwandfreie Trennung der Isotope auf der Fotoplatte ist ein Abstandsunterschied Δx ≥ 1,5mm.

Entscheiden Sie durch Rechnung, ob eine Trennung möglich ist, wenn dazu ein Magnetfeld geeigneter Orientierung der Flussdichte B = 0,32 T verwendet wird.

6. Der dänische Physiker Niels BOHR, ein Schüler RUTHERFORDs, entwickelte ein Modell, in dem Atome nur ganz bestimmte Energiebeträge aufnehmen und dadurch zur Aussendung elektromagnetischer Strahlung mit charakteristischen Wellenlängen angeregt werden können. Dies wurde im Jahr 1913 von James Franck (1882 - 1964) und Gustav Hertz (1887 - 1975) experimentell bestätigt.

a) Fertige eine beschriftete Skizze vom Aufbau des FRANCK-HERTZ-Versuchs an. Erläutere kurz die Vorgehensweise bei diesem Experiment.

Inzwischen gibt es auch FRANCK-HERTZ-Röhren, die mit dem Edelgas Neon gefüllt sind. Für eine solche Röhre liefert die Aufzeichnung einer Messung das nebenstehende Schirmbild. Der Abstand zwei aufeinanderfolgender Maxima auf der Rechtswertachse im Diagramm entspricht einer Energiedifferenz von 18,3 eV.



b) Gib an, welche Messgrößen auf den beiden Achsen angetragen werden. Erkläre das Zustandekommen des Kurvenverlaufs.

c) Man erwartet, dass die angeregten Gasatome beim Übergang in den Grundzustand elektromagnetische Strahlung aussenden. Gib die Energie eines solchen Photons an. Berechne die Wellenlänge dieser Strahlung. Gib den zugehörigen Bereich des elektromagnetischen Spektrums an.

Neben Strahlung der berechneten Wellenlänge sendet das angeregte Gas beim Übergang in den Grundzustand rotes Licht der Wellenlänge 729 nm und zusätzlich Strahlung einer weiteren Wellenlänge aus.

d) Beschreibe allgemein ein Verfahren, um die Wellenlänge von sichtbarem Licht zu bestimmen.

e) Skizziere ein vereinfachtes Termschema des verwendeten Gases mit den notwendigen Energieniveaus.
Erkläre damit die Entstehung des roten Lichts und zusätzlich auftretender Strahlung.
Berechne die Energie E_{Ph} eines Photons dieser Strahlung.

f) Neben der Ermittlung des PLANCKschen Wirkungsquantums h über den Photoeffekt oder aus dem Franck-Hertz-Versuch lässt sich diese Naturkonstante auch aus dem Spektrum einer Röntgenröhre bestimmen.
Erläutere dies.

Klausur PK13

Aufgabe 1 (Schwingkreis):

Es wird die Stromstärke bei einer effektiven Spannung von U_{eff} = 5 V an einem Schwingkreis in Abhängigkeit der Frequenz gemessen.

Spule: Induktivität 35 mHy , Gleichstromwiderstand 12 Ω, Kondensator: 1 µF

a)

- Beschreiben Sie den Versuchsaufbau sowie die Durchführung des Versuchs (mit Schaltskizze).
- Bestimmen Sie den Widerstand des Schwingkreises in Abhängigkeit der Frequenz und zeichnen Sie das zugehörige R - f – Diagramm.
- Vergleichen Sie den Verlauf des Graphen mit den Wechselstromwiderständen R_c und R_L von Kondensator und Spule. Zeichnen Sie die einzelnen Wechselstromwiderstände R_C und R_L in Abhängigkeit der Frequenz f in das unter Teilaufgabe a) erstellte Diagramm ein. Diskutieren Sie die Auswirkung eines größeren ohmschen Widerstandes auf den R - f – Graphen.

b)

- Geben Sie die Gesamtenergie, die Resonanzfrequenz sowie den maximalen Widerstand des idealen Schwingkreises (also ohne ohmschen Widerstand) an. *(Mögliche Lösung: f = 850,7Hz)*
- Zeichnen Sie qualitativ ein Phasendiagramm des realen Schwingkreises.
- Vergleichen Sie die Resonanzfrequenz und den maximalen Widerstand mit den gemessenen Werten unter Berücksichtigung der Dämpfung. Zur Erinnerung: dann gilt $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

  *(Lösung: f =ideal 850,7Hz; real 850,2 Hz ; E = 1,25 * 10^{-5} J)*

c) Im Gegensatz zu NF-Schwingkreisen strahlen HF-Schwingkreise Energie in den Raum ab. Dies kann durch einen Hertzschen Dipol geschehen.

- Geben Sie die Ladungsverteilung, Spannung und Stromstärke für einzelne Zeitpunkte der (Grund-)Schwingung an sowie die daraus resultierenden elektrischen und magnetischen Felder in der Umgebung des Dipols.

- Berechnen Sie die Länge eines auf den Versuch abgestimmten Dipols.

(Lösung: $l = 0{,}5\ c / f = 176$ km)

d) Ein Dipol wird an einen Schwingkreis mit der Schwingungsdauer T angekoppelt und zur zweiten Oberschwingung angeregt. Der Zeitnullpunkt wird so festgesetzt, dass in diesem Augenblick jeder Punkt des Dipols gleiches elektrisches Potential aufweist.
Skizzieren Sie die Strom- und die Ladungsverteilung längs des Dipols zu den Zeitpunkten 0, T/4 und T/2.

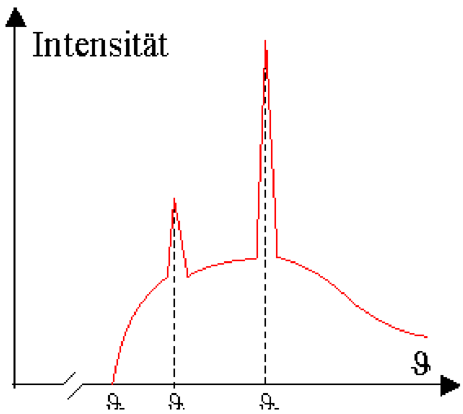
Aufgabe 2 (Röntgenröhre):

Wilhelm Conrad Röntgen entdeckte im Jahr 1895 eine neue Art von Strahlen, die er zunächst als X-Strahlen bezeichnete.

a) An eine RÖNTGEN-Röhre wird eine Beschleunigungsspannung von 40kV gelegt.

- Beschreiben Sie unter Zuhilfenahme einer beschriftete Skizze einer RÖNTGEN- Röhre das Zustandekommen von Röntgenemissionsspektren.
- Beschreiben Sie kurz, wie der kontinuierliche Teil des RÖNTGEN-Spektrums entsteht, und berechnen Sie dessen Grenzwellenlänge λ_G.
- Das charakteristische Spektrum zeigt auch die K_α-Linie. Erklären Sie das Zustandekommen dieser Linie und erläutern Sie, warum die K_α-Linie nicht in Absorption beobachtet wird. (27 BE)

b) Die von der Anode emittierte Strahlung wird nun mit Hilfe einer BRAGG-Apparatur analysiert. Bei Verwendung eines Kristalls mit einem Netzebenenabstand von $d = 2{,}01 \cdot 10^{-10}$ m ergibt sich die nebenstehende Intensitätsverteilung; sie zeigt nur Interferenzen erster Ordnung. ϑ ist der Winkel zwischen der einfallenden Strahlung und der Kristalloberfläche.



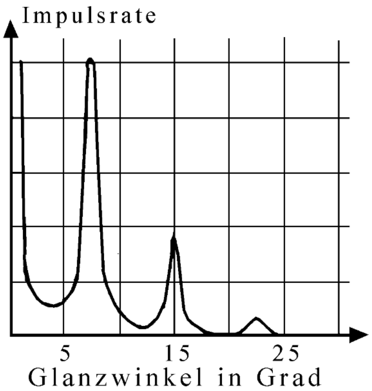
- Berechnen sie die Wellenlängen, die zu den Winkeln $\vartheta_0 = 4{,}42°$, $\vartheta_1 = 8{,}7°$ und $\vartheta_2 = 10{,}3°$ gehören.
- Begründen Sie, dass der Winkel ϑ_2 zur K_α-Linie gehört.
- Erläutern Sie die Bedeutung von ϑ_0. (12 BE)

c) Diskutieren Sie, wie sich die Intensitätsverteilung ändert, wenn entweder die Beschleunigungsspannung der Röhre oder der Heizstrom der Glühkathode erhöht wird. (8 BE)

d) Im Jahr 1913 fand der englische Physiker Henry MOSELEY ein Gesetz, das die K_α- Linien der charakteristischen Röntgenspektren beschreibt.

- Bestimmen Sie mit Hilfe des Moseleyschen Gesetzes das Material der im vorliegenden Versuch verwendeten Anode.
- Geben Sie die minimale Beschleunigungsspannung an, die an die Röhre gelegt werden muss, um die K_α-Linie nachzuweisen. (13 BE)

2. Bragg-Bedingung und Röntgenröhre



Bragg gab eine einfache Möglichkeit zur Messung von Netzebenenabständen in Kristallen an.

a) Skizzieren und beschriften Sie eine Braggsche Anordnung, mit der sich ein Diagramm wie das nebenstehende ermitteln lässt. Erläutern Sie die Versuchsdurchführung.

Benutzt man als Braggkristall NaCl, so ergibt sich bei einer Röntgenstrahlung mit $\lambda = 7{,}15 \times 10^{-11}$ m das dargestellte Diagramm.

b) Leiten Sie die Bragg-Bedingung $n\,\lambda = 2\,d \sin\alpha$ her.

Berechnen Sie den Netzebenenabstand d von NaCl.

Mit Hilfe der Röntgenspektroskopie konnte Moseley eine einfache Methode zur Bestimmung der Kernladungszahl von Elementen einführen. Dazu untersuchte er die Frequenz f der K_α-Linie in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z.

c) Erläutern Sie, wie die K_α-Linie zustande kommt.

d) Zeichnen Sie mit Hilfe der folgenden Werte ein Z- $\sqrt{f}$ - Diagramm (Maßstab: Z-Achse: Einheit 0,5 cm; $\sqrt{f}$ -Achse: $1 \cdot 10^8 \sqrt{Hz} = 0{,}5$ cm; Querformat):

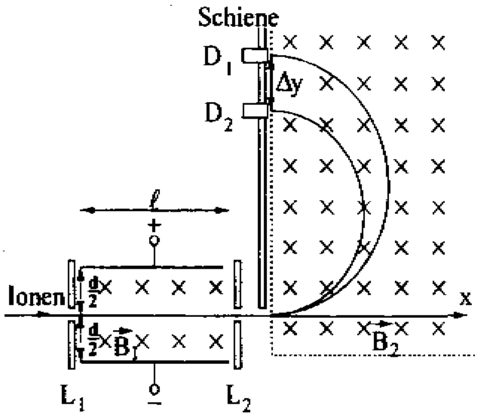
Z	13	20	30
f in 10^{16} Hz	35,9	89,1	207

Bestimmen Sie damit die Ordnungszahl eines Elements, dessen K_α - Linie die Wellenlänge 155 pm hat.

Erläutern Sie, wo der Graph in Teilaufgabe 2d nach dem Gesetz von Moseley die Z-Achse schneiden muss.

Massenspektrograph

Ein Gemisch aus einfach positiv geladenen Kohlenstoffionen $^{12}C^+$ und $^{14}C^+$ tritt durch eine Lochblende L in einen Plattenkondensator mit dem Plattenabstand d = 2,0 cm und der Länge l = 4,0 cm ein. Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Das Magnetfeld mit der Flussdichte B_1 ist zunächst abgeschaltet; an den Platten liegt die Spannung U.



a) *Skizzieren Sie die Bahnen zweier Ionen unterschiedlicher Masse, aber gleicher Geschwindigkeit zwischen L_1 und L_2. Begründen Sie, welche Bahn welchem Isotop zuzuordnen ist.*
Die Ionen treten nun mit einer Mindestgeschwindigkeit $1{,}5 \cdot 10^5$ m/s in den Kondensator ein. Wie groß darf die Spannung am Kondensator höchstens sein, damit die Ionen nicht auf die Kondensatorplatten treffen? Berechnen Sie auch die dabei maximal auftretende Erhöhung der kinetischen Energie (in eV).
(Lösung: Bahnkurve y(x) = 0,5 U/d e/m 1/v^2 $x^2 \rightarrow$ U = 705 V
$v_y = (2yU/d\ e/m)^{0,5} = 7{,}6 \cdot 10^4$ m/s , $v_{ges} = (v_x^2 + v_y^2)^{0,5} = 1{,}68 \cdot 10^5$ m/s
$\Delta E_{kin} = 0{,}5m(v_{ges}^2 - v_x^2) = 5{,}7 \cdot 10^{-17}$J)

Am Kondensator liegt nun die Spannung U = 700 V. Die Flussdichte B_1 soll so eingestellt werden, dass alle Ionen mit der Geschwindigkeit $v_o = 2{,}5 \cdot 10^5$ m/s den Kondensator unabgelenkt durchqueren.

b) *Berechnen Sie B_1 und begründen Sie, dass Ionen beider Kohlenstoffisotope den Kondensator durch die Blende L_2 verlassen. (Lösung: B = U/d 1/v =0,14T)*

Das Magnetfeld rechts von L_2 hat die Flussdichte B_2 = 0,14 T. Die Teilchen, die den Kondensator verlassen, durchlaufen zwei Halbkreise.

c) *Zeigen Sie, dass für den Abstand Δy der beiden Punkte, an denen die Ionen das Magnetfeld wieder verlassen, gilt: $\Delta y = \frac{2 \cdot (m_{C14} - m_{C12}) \cdot v_o}{e \cdot B}$.*

Die Flussdichte B_2 wird nun variiert, alle anderen Größen bleiben unverändert. Die Ionen sollen durch zwei verschiebbare Detektoren D_1 und D_2 registriert werden, die einen Mindestabstand von 1,5 cm haben. Die äußerste Position von D_1 ist 60 cm von der x-Achse entfernt.

d) *Berechnen Sie, zwischen welchen Werten die Flussdichte B_2 liegen muss, damit beide Isotope gleichzeitig gezählt werden können.*